

Wymagania edukacyjne z matematyki

LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

Klasa II

Poniżej przedstawiony został podział wymagań edukacyjnych na poszczególne oceny.

- Wiedza i umiejętności **konieczne** do opanowania (**K**) to zagadnienia, które są niezbędne do zrozumienia materiału z wyższych poziomów. Stanowią one swego rodzaju podstawę, bez której dalsza nauka jest bardzo utrudniona. Zagadnienia te powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania z poziomu **podstawowego** (**P**) to wymagania z poziomu (K) rozszerzone jedynie o typowe zastosowania przyswojonego materiału.
- Wiadomości i umiejętności z zakresu wymagań **rozszerzających** (**R**) zawierają wymagania z poziomu (K) i (P) rozszerzone o zadania trudniejsze lub takie, w których należy w nietypowy sposób zastosować nabytą wiedzę.
- Wymagania z poziomu **dopelniającego** (**D**) zawierają wymagania z poziomów poprzednich uzupełnione zagadnieniami złożonymi, w których rozwiązanie jest możliwe dzięki zastosowaniu nabytej wiedzy w nietypowy sposób.
- Poziom (**W**) to wiedza i umiejętności **wykraczające** poza obowiązkowy program realizowany w danej klasie. Wymagania te są szczególnie trudne i złożone.

FUNKCJE

Poziom (**K**) lub (**P**)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami;
- określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem);
- poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji;
- odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu);
- odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji;
- na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne;
- określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji;
- wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów;
- wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym;
- oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji;
- odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji;
- oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach);
- sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem;
- wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach);
- rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem;

- sporządza wykresy funkcji: $y = f(x-p)$, $y = f(x)+q$, $y = f(x-p)+q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$;
- stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych;
- wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań;
- wyznacza współczynnik proporcjonalności;
- podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu;
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych;
- przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach;
- na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m ;
- na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m ;
- odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$;
- szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach;
- szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach;
- stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji;

FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu;
- rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem;
- oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie;
- wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej;
- oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej;
- interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej;
- wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne;

- odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność;
- wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty;
- wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych;
- sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej;
- przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie;
- sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe;
- stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych;
- wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej;
- wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej;
- rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną;
- określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała;
- oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych;
- rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań;
- sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe;
- znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- analizuje własności funkcji liniowej;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze;
- wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych;
- wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty;
- udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej;

PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne;
- stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach;
- sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt;
- udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki);
- wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań;
- udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki);
- zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych;
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań;
- sprawdza, czy dane figury są podobne;
- oblicza długości boków figur podobnych;
- stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne;
- rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa;
- stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie;
- oblicza sumę miar kątów danego wielokąta;
- oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych;
- stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych;
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych;
- rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów;
- rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa;
- stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- przeprowadza dowód twierdzenia Talesa;
- rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa;
- stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur;
- przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie;

FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności;
- sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej;
- szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności;
- ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$;
- przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie;
- oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego;
- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii;
- znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu;
- rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia;
- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika;
- rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki;
- wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych;
- przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje;
- odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe;
- rozwiązuje równania dwukwadratowe;
- rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania;
- stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności;
- znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu;
- znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności;
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną;
- szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych;

- stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe;
- rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach;
- układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki;
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej;
- stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych;
- rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej;

WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników;
- zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach;
- zapisuje wielomian w sposób uporządkowany;
- oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu;
- wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień;
- określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia;
- podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów;
- oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów;
- stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciątów;
- przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia;
- rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- rozwiązuje proste równanie wielomianowe;
- podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek;
- dzieli wielomian przez dwumian $x - a$;
- sprawdza poprawność wykonanego dzielenia;
- zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$;
- sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia;
- wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$;

- określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach;
- opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki;
- stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów;
- stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$;
- rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia;
- rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów;
- sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia;
- dzieli wielomian przez dwumian $x - a$, stosując schemat Hornera;
- rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu;
- rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu;
- rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu;
- przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów;

FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności);
- przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, wzdłuż osi OX albo wzdłuż osi OY , podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu;
- doбира wzór funkcji do jej wykresu;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach;
- wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki;
- szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $a \neq 0$, i wyznacza równania jej asymptot;
- wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$ oraz szkicuje jej wykres;
- stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności;