

# Wymagania edukacyjne z matematyki

## LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCE

### Klasa III

Poniżej przedstawiony został podział wymagań edukacyjnych na poszczególne oceny.

- Wiedza i umiejętności **konieczne** do opanowania (**K**) to zagadnienia, które są niezbędne do zrozumienia materiału z wyższych poziomów. Stanowią one swego rodzaju podstawę, bez której dalsza nauka jest bardzo utrudniona. Zagadnienia te powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania z poziomu **podstawowego (P)** to wymagania z poziomu (K) rozszerzone jedynie o typowe zastosowania przyswojonego materiału.
- Wiadomości i umiejętności z zakresu wymagań **rozszerzających (R)** zawierają wymagania z poziomu (K) i (P) rozszerzone o zadania trudniejsze lub takie, w których należy w nietypowy sposób zastosować nabytą wiedzę.
- Wymagania z poziomu **dopelniającego (D)** zawierają wymagania z poziomów poprzednich uzupełnione zagadnieniami złożonymi, w których rozwiązanie jest możliwe dzięki zastosowaniu nabytej wiedzy w nietypowy sposób.
- Poziom (**W**) to wiedza i umiejętności **wykraczające** poza obowiązkowy program realizowany w danej klasie. Wymagania te są szczególnie trudne i złożone.

### LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (**K**) lub (**P**)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb;
- stosuje cechy podzielności liczb;
- rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone;
- porównuje liczby wymierne;
- podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych;
- przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach;
- wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem;
- wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych;
- oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej;
- wyłącza czynnik przed znak pierwiastka;
- włącza czynnik pod znak pierwiastka;
- wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia;
- usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ;
- przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe;

- oblicza potęgi o wykładnikach całkowitych, wymiernych i rzeczywistych oraz stosuje prawa działań na potęgach;
- zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym;
- zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie;
- upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach;
- oblicza logarytm danej liczby;
- stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń;
- oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, stosując odpowiednie twierdzenia o logarytmach;
- przedstawia liczbę w notacji wykładniczej;
- posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony;
- opisuje symbolicznie dane zbiory;
- wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów;
- zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe;
- wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych;
- oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej;
- wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia;
- oblicza procent danej liczby;
- oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba;
- wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent;
- posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych;
- prawidłowo odczytuje informacje przedstawione na diagramach;
- oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji;
- oblicza oprocentowanie lokaty – w prostych sytuacjach;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- stosuje ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
- wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci  $a \cdot k + r$ ;
- wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych;
- zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły;
- porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora;
- wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych;
- oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej;
- rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe;
- ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia;
- opisuje symbolicznie dane zbiory;
- wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych;
- podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu lub liczby logarytmowanej;
- podaje przybliżoną wartość logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic;
- stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażen;

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb;
- uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych);
- przeprowadza dowód nie wprost;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
- formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
- stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami
- uzasadnia własności wartości bezwzględnej
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej
- dowodzi twierdzenia o logarytmach
- wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych;

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE, RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi:  $(a \pm b)^2$  oraz  $a^2 - b^2$ ;
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi);
- usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu  $\frac{a}{b \pm \sqrt{d}}$ ;
- wyznacza sumę, różnicę i iloczyn wielomianów;
- stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki;
- rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę wyłączania wspólnego czynnika poza nawias;
- wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej;
- skraca i rozszerza wyrażenia wymierne;
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych – w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia;
- rozwiązuje równania liniowe;
- rozwiązuje nierówności liniowe;
- zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej;
- sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- rozwiązuje równania i nierówności liniowe z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny;
- rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników;

- określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej;
- rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia;
- określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki;
- rozwiązuje nierówności kwadratowe;
- wykonuje działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych;
- korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu  $x^3 = -8$ ;
- korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu  $x(x + 1)(x - 7) = 0$ ;
- rozwiązuje równania wielomianowe;
- rozwiązuje proste równania wymierne prowadzące do rozwiązywania równań liniowych lub kwadratowych;
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozwiązuje równania i nierówności liniowe;
- zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych;
- potrafi rozwiązać algebraicznie i graficznie układ równań z dwiema niewiadomymi złożony z równania liniowego i kwadratowego lub z dwóch równań kwadratowych;
- przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej;
- wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki;
- stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów;
- rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia, także z zastosowaniem wzorów na sumę i różnicę sześcianów;
- stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów;
- analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki;
- porównuje wielomiany;
- rozwiązuje trudniejsze równania wielomianowe;
- opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji;
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia;
- przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych;
- rozwiązuje równania wymierne prowadzące do rozwiązywania równań kwadratowych;
- wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych;

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna;
- potrafi wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wyrażeń wymiernych;

## FUNKCJE

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami;
- określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym);
- poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji;
- odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji;
- wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym;
- wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia;
- oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach);
- oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji;
- oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji;
- sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem;
- wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych;
- rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem;
- sporządza wykresy funkcji:  $y = f(x - p)$ ,  $y = f(x) + q$ ,  $y = f(x - p) + q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$  na podstawie danego wykresu funkcji  $y = f(x)$
- odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji;
- na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne;
- określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji;
- wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów;
- rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu;
- rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem;
- oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie;
- wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej;
- interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej;
- wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność;
- wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty;
- wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta;

- wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych;
- sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej;
- potrafi narysować wykres funkcji  $f(x) = ax^2$  i podać jej własności;
- sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej;
- potrafi narysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podać jej własności (zbiór wartości, kierunek ramion, współrzędne wierzchołka, przedziały monotoniczności, wartość najmniejszą, największą);
- potrafi ustalić postać kanoniczną funkcji kwadratowej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu;
- określa przesunięcie wykresu na podstawie postaci kanonicznej funkcji kwadratowej;
- przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie;
- oblicza współrzędne wierzchołka paraboli  $y = ax^2 + bx + c$ ;
- potrafi znaleźć brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- potrafi sprowadzić funkcję kwadratową do postaci iloczynowej;
- odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- szkicuje wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie  $a \neq 0$  i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności);
- szkicuje wykresy funkcji  $f(x) = \frac{a}{x} + q$  i  $f(x) = \frac{a}{x - p}$  i podaje ich własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności);
- wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów;
- sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji wykładniczej;
- wyznacza wzór funkcji wykładniczej i szkicuje jej wykres, znając współrzędne punktu należącego do jej wykresu;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości;
- przedstawia daną funkcję na różne sposoby;
- określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń;
- na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od wartości parametru  $m$ ;
- na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  
 $f(x) > m$ ,  $f(x) < m$ ,  $f(x) \geq m$ ,  $f(x) \leq m$  dla ustalonej wartości parametru  $m$ ;
- odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu  $f(x) = g(x)$ ,  
 $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) > g(x)$ ;
- szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki;

- sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
- rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności;
- oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych;
- potrafi narysować wykres funkcji  $y = -f(x)$ , gdy dany jest wykres funkcji  $y = f(x)$ , gdzie  $f$  jest funkcją kwadratową;
- potrafi na podstawie wykresu określić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ , gdzie  $f$  jest funkcją kwadratową;
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszych i największych funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną;
- dobiera wzór funkcji postaci  $f(x) = \frac{a}{x} + q$  i  $f(x) = \frac{a}{x-p}$  do danego wykresu i określa jej własności;
- szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności;

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- uzasadnia, że funkcja  $f(x) = \frac{1}{x}$  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji;
- określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze;
- wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej;
- potrafi sprowadzić na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- potrafi wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- wyznacza współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
- szkicuje wykresy funkcji  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = |f(|x|)|$ , gdzie  $y = f(x)$  jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności
- wyznacza równania osi symetrii hiperboli opisanej równaniem;

## CIĄGI

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów;
- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie;
- szkicuje wykres ciągu;
- wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów;
- wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- wskazuje, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość;
- podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki;
- mając dane kolejne wyrazy ciągu, uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny;

- wyznacza wyraz  $a_{n+1}$  ciągu określonego wzorem ogólnym;
- podaje przykłady ciągów arytmetycznych;
- zna własności ciągu arytmetycznego i wykorzystuje je w zadaniach;
- wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dane pierwszy wyraz i różnicę;
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy;
- sprawdza, w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest arytmetyczny;
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dwa punkty należące do jego wykresu;
- oblicza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- podaje przykłady ciągów geometrycznych;
- zna własności ciągu geometrycznego i wykorzystuje je w zadaniach;
- wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dane pierwszy wyraz i iloraz;
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy;
- sprawdza, w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest geometryczny;
- oblicza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny;
- stosuje własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań tekstowych;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) i (P) oraz dodatkowo:

- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki;
- bada monotoniczność ciągów;
- sprawdza, w trudniejszych przypadkach, czy dany ciąg jest arytmetyczny;
- sprawdza, w trudniejszych przypadkach, czy dany ciąg jest geometryczny;
- stosuje wzory na  $n$ -ty wyraz oraz sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań;
- stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań;
- określa monotoniczność ciągu geometrycznego;
- stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym;

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące ciągów;
- 

## TRYGNOMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym;
- podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym;
- odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego;



- znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej;
- rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych zadaniach;
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus, cosinus kąta;
- podaje i stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
- stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne;
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym;
- zaznacza kąt w układzie współrzędnych;
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu;
- określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta wypukłego;
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.:  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach;
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności;
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens kąta
- uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi;

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności;
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności;
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności;
- dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów;
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego;
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych;
- rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych;

## PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne;
- stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie;
- sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt;
- uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania;
- wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
- uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa;
- zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych;
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań;
- sprawdza, czy dane figury są podobne;
- oblicza długości boków figur podobnych;
- stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- stosuje twierdzenie Pitagorasa;
- wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego;
- wykorzystuje własność trójkąta prostokątnego o kątach  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ;
- stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je;
- rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności;
- wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów;
- wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich;
- podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła;
- rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte;
- stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu;
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny;
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny;
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym;
- rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie;
- stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych;
- wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów;
- sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg;
- sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg;
- stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym;
- rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie;

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa;
- stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu;
- stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu;
- stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur;
- stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie;
- stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta;
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów;

## GEOMETRIA ANALITYCZNA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych;
- wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców;
- stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków;
- znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta) w symetrii względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu;
- rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne;
- wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- oblicza współrzędne przecięcia dwóch prostych;

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- oblicza odległość punktu od prostej;
- wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie;
- opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt;
- określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach;
- oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach;
- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła);
- sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot;
- wykonuje działania na wektorach;
- stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów;

- stosuje działania na wektorach do podziału odcinka;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej;
- wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń;
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności;
- 

## RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- wypisuje wyniki danego doświadczenia;
- stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia;
- przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia;
- wypisuje permutacje danego zbioru;
- stosuje definicję silni;
- oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru;
- oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń;
- oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami;
- określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia;
- określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu;
- określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się;
- stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych;
- oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego;
- stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń;
- określa iloczyn zdarzeń;
- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę;
- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie;
- oblicza wariancję i odchylenie standardowe;
- oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami;

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru;
- oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń;
- oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami;
- oblicza wartość symbolu Newtona;
- oblicza liczbę kombinacji;
- stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych;

- ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń;
- oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby;
- wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań;
- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby;

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci  $(a + b)^n$  i wyznaczania współczynników wielomianów;
- uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa;
- rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń;
- stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń;
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki;

## STEREOMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne;
- określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu;
- wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa);
- oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego;
- rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu;
- oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego;
- oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego;
- wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy;
- wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy ;
- wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu;
- rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną;
- stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola; powierzchni i objętości wielościanu;
- wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
- wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej;
- oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej;
- stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej;

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów;

- stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii;
- do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu;
- oblicza pola przekrojów wielościanu;
- oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem;
- stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii;
- do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej;
- oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli;
- oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu;
- oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku;
- wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań;

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii;
- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych;